

## Numerical Simulation of Natural Frequency on Shaft Using ANSYS Software

Yopi Zekrri Jenizah Putra<sup>1\*</sup>, Delima Yanti Sari<sup>1</sup>, Waskito<sup>1</sup>, Zainal Abadi<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Department of Mechanical Engineering, Faculty of Engineering, Universitas Negeri Padang, INDONESIA

Corresponding author : [yozeckjenizahputra@gmail.com](mailto:yozeckjenizahputra@gmail.com)

Received July 10<sup>th</sup> 2025; Revised July 28<sup>th</sup> 2025; Accepted July 29<sup>th</sup> 2025

### **Abstract**

*This descriptive study aims to analyze the effect of shaft diameter on the natural frequency and maximum deformation of a rotating shaft system. The analysis was conducted through numerical simulation using ANSYS Workbench software. The shaft and two symmetrically positioned disks were modeled, and a modal analysis was performed using the Finite Element Method (FEM) to determine the system's first ten vibration modes. Simulation results showed that the natural frequencies ranged from 80.495 Hz to 280.4 Hz, with a maximum deformation of 58.903 mm occurring in the 9th mode. The lower modes (modes 1–6) exhibited lower frequencies but higher deformation, while higher modes (modes 7–10) showed more complex vibration patterns with consistently significant deformation values. This indicates that higher frequency does not necessarily result in lower deformation, and the system may still experience critical vibration. These findings demonstrate that the shaft's geometric configuration, including diameter and mass distribution of the disks, significantly affects its dynamic behavior. The simulation provides deeper insight into the vibration characteristics of the critical speed shaft apparatus used in practical experiments and serves as a reference for validating theoretical approaches such as the Dunkerley and Rayleigh methods.*

**Keywords:** Shaft; Natural Frequency; ANSYS; Dunkerley Method; Rayleigh method.

## Simulasi Numerik *Natural Frequency* pada Poros Menggunakan *Software ANSYS*

### Abstrak

Penelitian ini merupakan penelitian deskriptif yang bertujuan untuk menganalisis pengaruh diameter poros terhadap nilai frekuensi alami (*natural frequency*) dan deformasi maksimum pada sistem poros berputar. Penelitian dilakukan menggunakan pendekatan simulasi numerik dengan perangkat lunak ANSYS Workbench, dengan memodelkan poros dan dua *disk* yang diposisikan secara simetris terhadap ujung poros. Analisis dilakukan melalui metode elemen hingga (*Finite Element Analysis*) menggunakan analisis modal untuk mengetahui sepuluh mode getar sistem. Hasil simulasi menunjukkan bahwa nilai *natural frequency* yang dihasilkan berkisar antara 80,495 Hz hingga 280,4 Hz, dengan deformasi maksimum mencapai 58,903 mm pada mode ke-9. Mode-mode awal (mode 1–6) memiliki frekuensi rendah namun deformasi besar, sedangkan pada mode yang lebih tinggi (mode 7–10), bentuk getaran menjadi lebih kompleks dengan deformasi yang tetap signifikan. Hal ini menunjukkan bahwa meskipun frekuensi meningkat, sistem tetap mengalami simpangan besar yang berpotensi mengganggu kestabilan dinamis. Hasil ini membuktikan bahwa konfigurasi poros, termasuk diameter dan distribusi massa *disk*, memiliki pengaruh besar terhadap perilaku dinamis sistem. Simulasi ini memberikan pemahaman yang lebih dalam terhadap karakteristik getaran pada alat praktikum putaran kritis poros, serta dapat digunakan sebagai referensi validasi terhadap pendekatan teoritis seperti metode *Dunkerley* dan *Rayleigh*.

**Kata kunci:** Poros; Frekuensi Alami; ANSYS; Metode *Dunkerley*; Metode *Rayleigh*.

### I. PENDAHULUAN

Poros adalah komponen mesin yang berperan dalam mentransmisikan daya. Sebagai bagian yang berputar, poros memiliki beberapa jenis, seperti poros transmisi, poros *spindle*, dan poros gandar. Poros transmisi mengalami beban puntir berulang. Daya pada poros dapat disalurkan melalui roda gigi, *belt-pulley*, rantai, sprocket, dan mekanisme lainnya (Fitri & Saputra, 2023). Poros juga berfungsi sebagai penyalur beban dinamis yang memerlukan ketahanan material (Awali & Asroni, 2013).

Desain poros harus memastikan kekuatan dan ketahanan poros, desain harus mempertimbangkan beban statis dan dinamis yang akan dialaminya, serta material yang digunakan. Material dengan kekuatan tarik dan fatik yang tinggi, serta desain yang meminimalkan konsentrasi tegangan, sangat krusial dalam mencegah patah atau deformasi permanen (Vinet & Zhedanov, 2011).

Selain aspek kekuatan, kenyamanan dalam penggunaan poros juga menjadi pertimbangan penting, terutama pada aplikasi di mana kontak manusia atau lingkungan sekitar terlibat. Getaran yang berlebihan tidak hanya mengganggu secara akustik, tetapi juga dapat menyebabkan kelelahan operator, kerusakan pada komponen lain, dan bahkan masalah kesehatan jangka panjang. Oleh karena itu, upaya untuk meredam atau meminimalkan getaran sangat diperlukan. Hal ini dapat dicapai melalui berbagai metode, seperti penggunaan material peredam getaran (*damping materials*), perancangan sistem peredam pasif atau aktif, serta optimasi geometri poros untuk menggeser *natural frequency* jauh dari frekuensi operasional. Dengan demikian, desain poros tidak hanya berfokus pada transmisi daya yang efisien dan ketahanan struktural, tetapi juga pada penyediaan lingkungan kerja yang aman dan nyaman, serta mengurangi dampak negatif pada komponen lain dan lingkungan (Rossing, 1977).

Salah satu tantangan utama dalam desain dan analisis poros adalah fenomena getaran mekanik yang terjadi akibat perputaran dan siklus operasional mesin. Getaran pada poros bersifat alami dan tidak dapat dihindari, tetapi jika tidak dikendalikan, dapat berdampak negatif pada performa dan umur pakai poros (Ganesan, 2012). Dalam mempelajari fenomena getaran pada sistem poros, terdapat dua parameter penting yaitu modus getar dan frekuensi alami (*natural frequency*). Apabila suatu benda bergetar pada salah satu frekuensi pribadinya maka akan terbentuk suatu pola getaran yang disebut

dengan Modus Getar. *Natural frequency* adalah frekuensi di mana suatu sistem atau objek akan bergetar secara alami dalam gerak harmonik sederhana ketika diberikan gangguan awal dan tidak ada gaya luar yang terus bekerja padanya. Saat mesin beroperasi dan kecepatan putaran poros meningkat, gaya dinamis yang bekerja pada poros dapat menyebabkan getaran yang semakin mendekati *natural frequency*. Jika kecepatan putaran mencapai atau mendekati nilai ini maka poros akan mencapai putaran kritis, di mana amplitudo getaran meningkat drastis. Putaran kritis berpengaruh terhadap stabilitas dan keandalan poros saat beroperasi (Anggara, 2020).

Fenomena putaran kritis poros sudah dimasukkan dalam modul praktikum FDM (Fenomena Dasar Mesin) di Departemen Teknik Mesin Universitas Negeri Padang, meskipun alatnya sudah tersedia hasil dari proyek akhir Rianda Muhammad Edi Putra (15072069/2015) dan Daud Abd Manap (15072017/2015). Alat ini dirancang untuk membantu mahasiswa dalam memahami dan menganalisis fenomena putaran kritis pada poros. Agar alat ini dapat digunakan secara maksimal dalam kegiatan praktikum FDM, beberapa hal yang perlu dilakukan adalah pemeriksaan dan perbaikan alat, pengujian fungsi alat, perhitungan putaran kritis secara numerik, dan penyusunan modul praktikum yang terstruktur dan aplikatif. Oleh karena itu, penelitian ini fokus pada putaran kritis poros dengan 2 disk menggunakan simulasi ANSYS guna memperluas pemahaman dan mengisi kesenjangan dari penelitian sebelumnya.

## II. METODE PENELITIAN

Penelitian ini merupakan penelitian deskriptif yang menganalisis pengaruh diameter poros terhadap *natural frequency*. Penelitian dilakukan pada bulan juni di Laboratorium Konstruksi Departemen Teknik Mesin Fakultas Teknik Universitas Negeri Padang. Penelitian dilakukan dengan metode *Finite Element Analysis* (FEA), untuk melakukan analisis *natural frequency* poros tersebut, perlu adanya bantuan dari perangkat lunak yaitu *software* ANSYS. ANSYS adalah *software* yang umum digunakan oleh para insinyur untuk melakukan simulasi struktur fisika, dinamika fluida, getaran, perpindahan panas, dan elektromekanik. ANSYS juga menjadi *software* yang cukup sering digunakan untuk simulasi statik dan analisis modal dari suatu struktur atau komponen. Penelitian ini dimulai dari dengan mempersiapkan geometri yang digunakan pada poros kemudian melakukan desain 3D menggunakan *software* solidworks, selanjutnya melakukan analisis *natural frequency* pada struktur poros menggunakan analisis modal yang terdapat pada meja kerja *software* ANSYS Workbench.

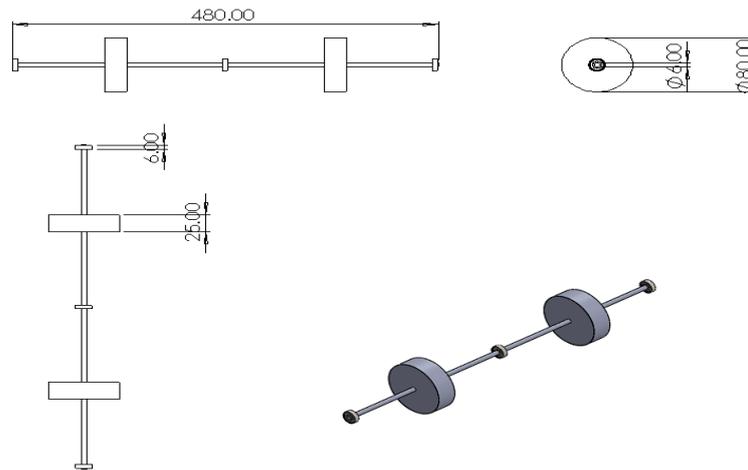
Analisis modal adalah proses menentukan karakteristik dinamis yang melekat pada suatu sistem dalam wujud faktor redaman, frekuensi alami, dan bentuk mode yang dapat digunakan untuk merumuskan model matematika untuk perilaku dinamisnya

### 1. Data Geometri dan Material Poros dan Disk

Pengumpulan data geometri poros dan *disk* dilakukan secara langsung dengan mengukur alat praktikum putaran kritis poros yang tersedia di Laboratorium Konstruksi Mesin Universitas Negeri Padang berdasarkan gambar 1 berikut.



Gambar 1. Alat Pratikum Putaran Kritis Poros



Gambar 2. Desain Geometri Poros Dan *Disk*

Untuk melengkapi sebagian data yang masih kurang tersebut, perlunya melakukan pengukuran langsung terhadap alat pratikum putaran kritis poros.

Tabel 1. Data Hasil Pengukuran

Parameter	Nilai	Satuan
Diameter Poros	6	mm
Diameter <i>Disk</i>	80	mm
Tebal <i>Disk</i>	25	mm
Massa <i>Disk</i>	0,99	kg
Tebal Bantalan	66	mm
Panjang Keseluruhan	480	mm

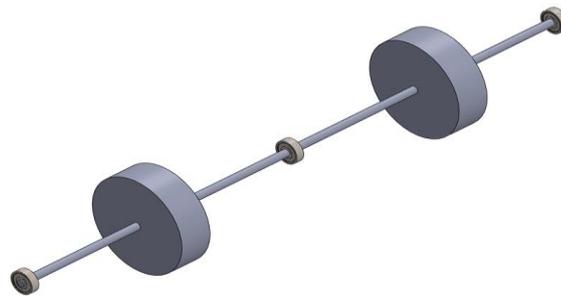
Poros dan *disk* ini menggunakan material *Alloy Steel* AISI 4140. Dapat dilihat pada Tabel 2 menunjukkan data material pada struktur Poros dan *disk*.

Tabel 2. Data material poros dan disk

Nomor	Parameter	Nilai
1.	Young Modulus	210.000 MPa
2.	Poisson Ratio	0.28
3.	Densitas	7.700 kg/mm <sup>3</sup>
4.	Bulk Modulus	1.5909E+11 Pa
5.	Shear Modulus	8.2031E+10 Pa

## 2. Tahap Numerik Simulasi

Pada gambar 3 berikut ini menunjukkan gambar desain struktur poros dan *disk* menggunakan bantuan *software* Solidworks.



Gambar 3. Desain struktur poros dan *disk*

Pada tahap ini yaitu analisis modal yang terdapat dalam meja kerja ANSYS Workbench Version Student R1 2025, dimana pada tahap ini merupakan proses untuk mencari nilai *natural frequency* dari struktur poros. Sebelum masuk kedalam ANSYS perlunya untuk merubah jenis file dari gambar struktur poros yang awalnya melakukan desain gambar menggunakan solidworks. Untuk jenis file dirubah dari file solidworks menjadi file IGES (*Initial Graphics Exchange Specification*) atau parasolid, agar pada saat melakukan analisis menggunakan ANSYS gambar dapat terbaca.

Adapun langkah-langkah dalam melakukan simulasi analisis modal pada ANSYS Workbench Version Student R1 2025 sebagai berikut:

- a) Mempersiapkan model dari poros
- b) Masuk ke bagian analisis modal pada ANSYS Workbench
- c) Pengaturan satuan sistem analisis yaitu satuan *metric*.
- d) Lakukan penerapan material dalam *engineering data* yang digunakan pada poros yaitu *Alloy Steel AISI 4140*.
- e) Input gambar poros yang sudah dalam bentuk file parasolid pada menu *geometry*.
- f) *Double click* pada bagian model untuk memulai simulasi.
- g) Lakukan *meshing* dan tentukan ukuran *meshing* pada menu *element size*.
- h) Tentukan jumlah modus getar yang akan dihasilkan pada menu *analysis settings*.
- i) Tentukan *fixed support* pada poros
- j) Langkah terakhir yaitu klik menu *solve* untuk memunculkan hasil analisis *natural frequency*

### 3. Tahap Perhitungan Analitik

Pada tahap ini yaitu penelitian ini dilakukan pendekatan teoritis untuk memperkirakan nilai frekuensi alami (*natural frequency*) dari struktur poros dan disk menggunakan metode analitik, yaitu Metode *Dunkerley* dan Metode *Rayleigh*. Kedua metode ini digunakan untuk mendapatkan gambaran mengenai karakteristik dinamis menggunakan pendekatan campuran yang mengkombinasikan perhitungan analitik dan simulasi numerik

Adapun langkah-langkah dalam melakukan tahapan teoritis dengan pendekatan Metode *Dunkerley* dan *Rayleigh* adalah sebagai berikut:

- a) Pengumpulan data geometri dan material

Langkah awal adalah mengumpulkan data geometris dari struktur poros. Data yang dikumpulkan meliputi panjang poros, diameter, distribusi massa, serta data sifat material seperti modulus elastisitas dan densitas.

b) Identifikasi posisi dan nilai massa

Menentukan letak massa terkonsentrasi pada poros, serta besar masing-masing massa.

c) Penerapan Metode *Rayleigh*

Metode *Rayleigh* digunakan untuk memperkirakan *natural frequency* suatu sistem dengan massa dan kekakuan tertentu. Metode ini sering digunakan untuk struktur seperti balok dan pelat. Menurut (Aspianor et al., n.d.) persamaan dasar metode ini adalah:

$$\omega_c = \sqrt{\frac{g \sum_{i=1}^n w_i y_i}{\sum_{i=1}^n w_i y_i^2}}$$

Keterangan:

- $\omega_c$  = Kecepatan sudut kritis (rad/s)
- $g$  = Percepatan gravitasi (9.81 m/s<sup>2</sup>)
- $w_i$  = Massa *disk* ke- $i$  (kg atau N)
- $y_i$  = Defleksi statis poros di titik massa  $W_i$  beratnya sendiri (m)

d) Penerapan Metode *Dunkerley*

Berperan dalam memberikan estimasi batas bawah frekuensi alami sistem. Menurut (Aspianor et al., n.d.) rumus umum Metode *Dunkerley* untuk sistem dengan beberapa massa terkonsentrasi dinyatakan sebagai berikut:

$$\frac{1}{\omega_c^2} = \frac{1}{\omega_1^2} + \frac{1}{\omega_2^2} + \frac{1}{\omega_3^2} + \dots$$

Keterangan:

- $\omega_c$  = Kecepatan kritis keseluruhan dari poros
- $\omega_{kl}$  = *natural frequency* karena kelenturan poros itu sendiri
- $\omega_{c1,c2,c3}$  = Kecepatan kritis akibat masing-masing cakram atau massa yang terpasang pada poros

e) Konversi ke Frekuensi dalam Satuan Hertz

Karena hasil perhitungan menggunakan satuan rad/s, maka untuk menyatakan dalam bentuk frekuensi (Hz), digunakan konversi:

$$f = \frac{\omega_c}{2\pi}$$

Keterangan:

- $f$  = Frekuensi (Hz)
- $\omega_c$  = Kecepatan kritis keseluruhan dari poros

f) Analisis dan interpretasi hasil

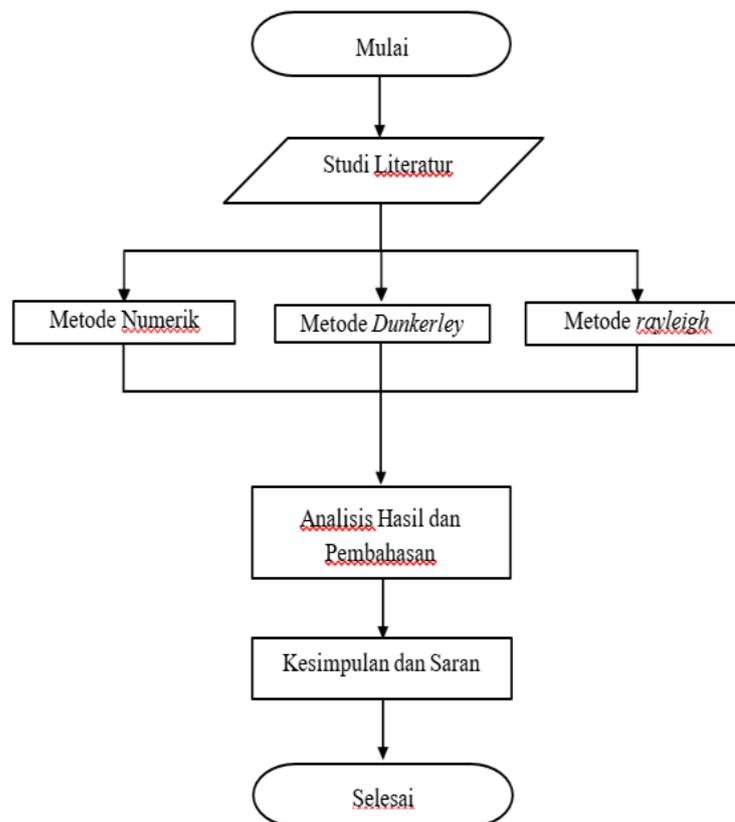
Hasil perhitungan dari kedua metode dibandingkan untuk memperoleh gambaran rentang frekuensi alami sistem. Nilai ini nantinya digunakan sebagai acuan pembandingan terhadap hasil simulasi numerik pada ANSYS Workbench.

g) Penyimpulan tahapan teoritis

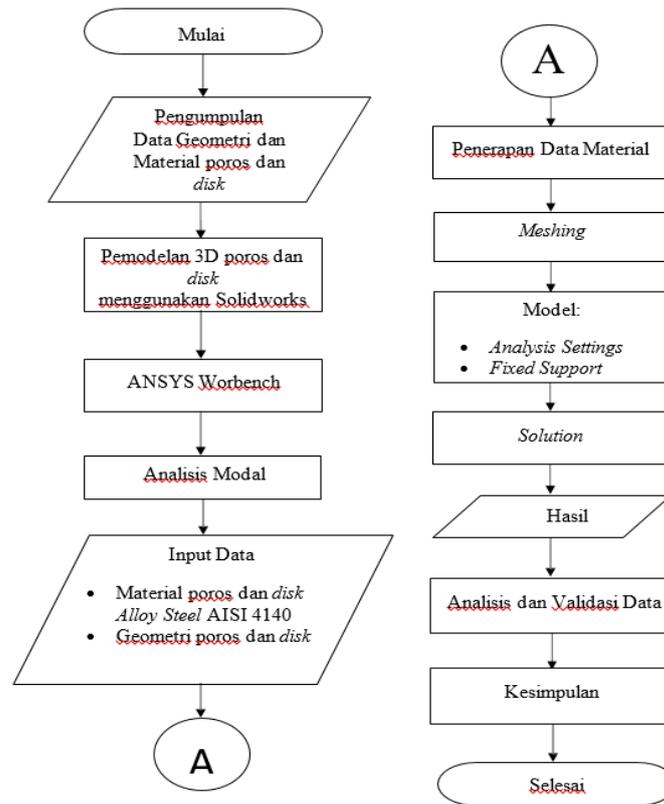
Berperan sebagai penghubung antara pendekatan analitik dan simulasi numerik. Tahap ini menyimpulkan bagaimana hasil dari pendekatan teoritis digunakan untuk memvalidasi dan memperkuat keandalan analisis numerik.

#### 4. Prosedur Penelitian

Berikut disajikan diagram alir penelitian:



Gambar 4. Diagram Alir Analitik



Gambar 5. Diagram Alir Simulasi

### III. HASIL PENELITIAN

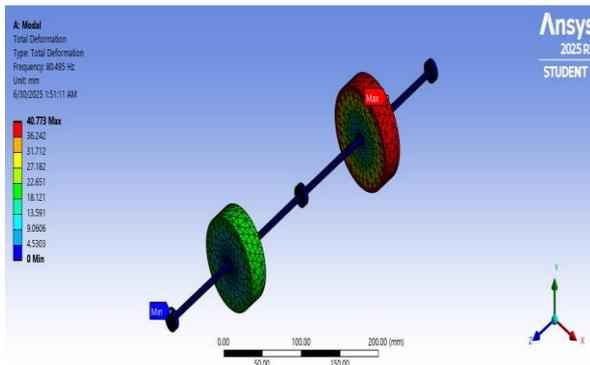
Analisis *natural frequency* pada alat praktikum putaran kritis poros yang telah dilakukan didapatkan hasil analisis yang terdiri dari 10 modus getar, dapat dilihat pada Tabel 3 berikut.

Tabel 3. Hasil analisis *natural frequency* pada alat praktikum putaran kritis poros

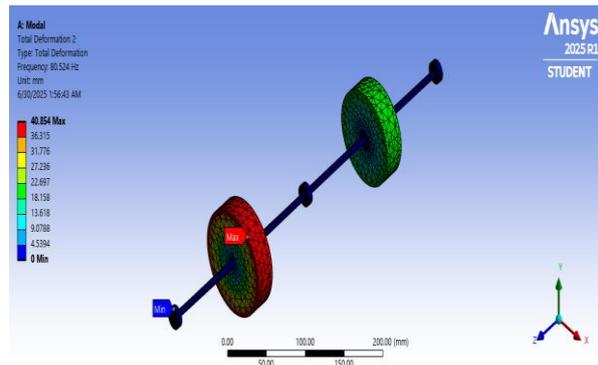
Nomor	Hasil Analisis Modal Solidworks	
	Natural Frequency (Hz)	Deformasi Maximum (mm)
1.	80.495	40.733
2.	80.524	40.854
3.	83.766	26.758
4.	83.876	24.532
5.	84.165	26.698
6.	84.249	24.467
7.	279.45	58.903
8.	279.81	52.278
9.	280.37	58.764
10.	280.4	52.366

Berdasarkan Tabel 3 dapat diketahui untuk 10 nilai *natural frequency* pada alat praktikum putaran kritis poros ini berkisar 80,495 Hz hingga 280,4 Hz. Perbedaan dari *natural frequency* menghasilkan modus getaran dan respon berbeda terhadap deformasi komponen. Hal ini dikarenakan oleh defleksi yang terjadi, karena defleksi ini dipengaruhi oleh material, konfigurasi, kecacatan, dan sebagainya. Dapat

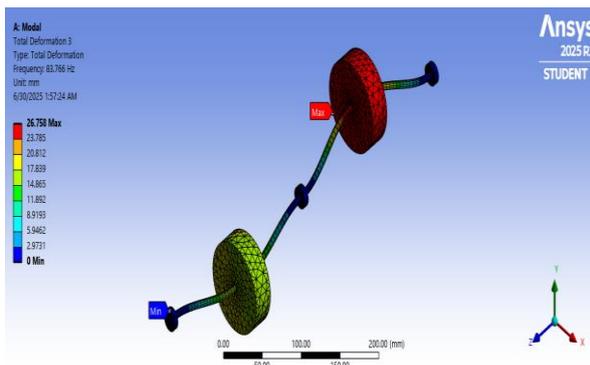
dilihat pada Gambar 6 hingga Gambar 15 menunjukkan hasil analisis *natural frequency* pada alat praktikum putaran kritis poros.



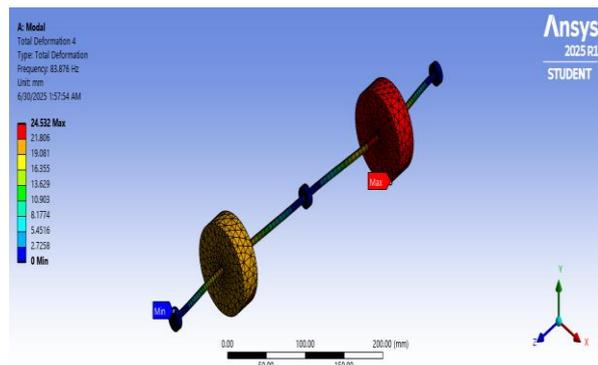
Gambar 6. Modus Getar 1



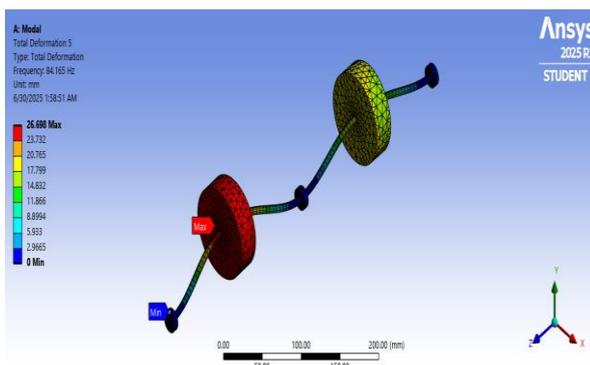
Gambar 7. Modus Getar 2



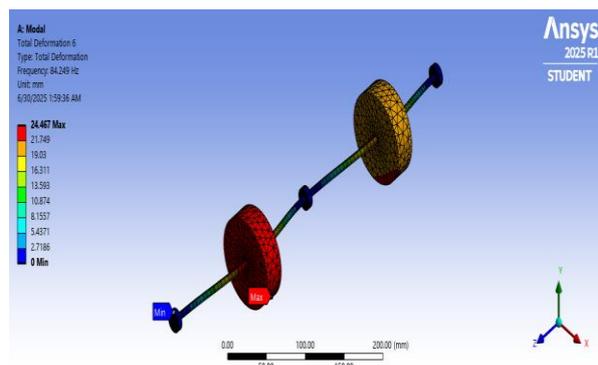
Gambar 8. Modus Getar 3



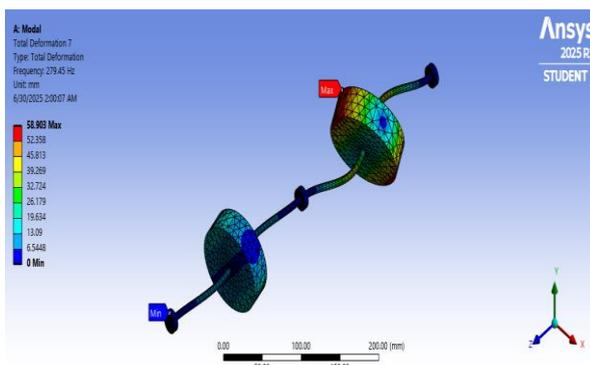
Gambar 9. Modus Getar 4



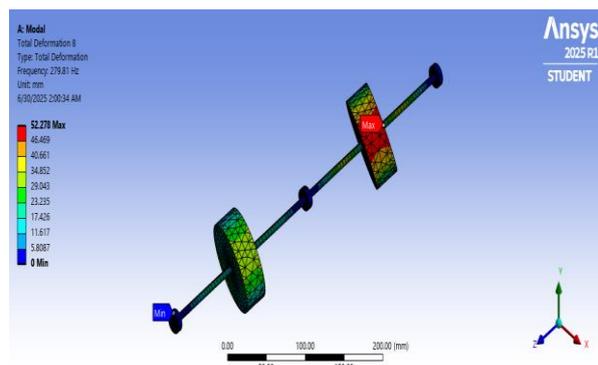
Gambar 10. Modus Getar 5



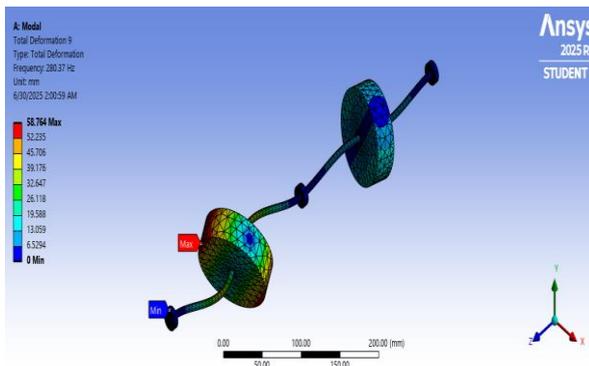
Gambar 11. Modus Getar 6



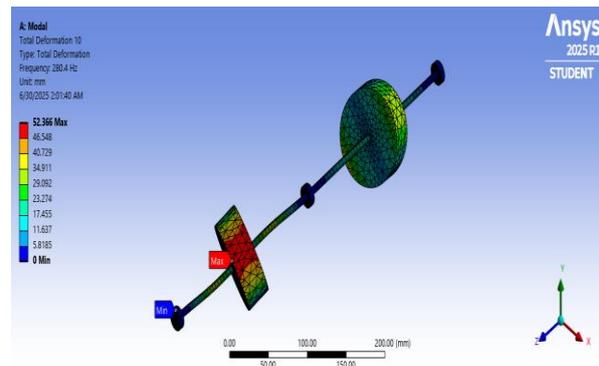
Gambar 12. Modus Getar 7



Gambar 13. Modus Getar 8



Gambar 14. Modus Getar 9



Gambar 15. Modus Getar 10

#### IV. PEMBAHASAN

Berdasarkan hasil simulasi numerik menunjukkan bahwa posisi *disk* yang simetris dari masing-masing ujung poros menghasilkan nilai *natural frequency* dan bentuk deformasi dalam konteks alat praktikum putaran kritis poros. Melalui simulasi numerik menggunakan ANSYS, diperoleh 10 mode getar yang masing-masing memiliki nilai *natural frequency* dan deformasi maksimum yang berbeda-beda.

Hasil simulasi numerik, sistem poros pada alat praktikum menunjukkan rentang *natural frequency* antara 80,495 Hz hingga 280,4 Hz. Rentang ini menunjukkan bahwa dimensi dan konfigurasi poros, termasuk posisi dua *disk* yang simetris, sangat memengaruhi perilaku getaran dan deformasi sistem. Pada mode getar pertama hingga keenam, frekuensi yang diperoleh tergolong rendah, namun deformasi maksimum yang terjadi cukup besar, yakni mencapai lebih dari 40 mm pada mode pertama dan kedua. Hal ini menunjukkan bahwa pada frekuensi rendah, meskipun energi yang masuk ke sistem relatif kecil, deformasi maximum struktur tetap signifikan.

Sebaliknya, pada mode ke-7 hingga ke-10 yang terjadi pada frekuensi tinggi (di atas 279 Hz), bentuk getaran menjadi jauh lebih kompleks, dan deformasi maksimum tetap tinggi. Misalnya, mode ke-7 dan ke-9 menunjukkan deformasi sebesar 58,903 mm dan 58,764 mm, bahkan lebih tinggi dibanding mode awal. Ini membuktikan bahwa peningkatan frekuensi tidak selalu menurunkan deformasi seperti yang terlihat pada Gambar 12 hingga Gambar 15.

Deformasi yang tinggi ini menunjukkan bahwa meskipun poros memiliki kekakuan tertentu, distribusi massa dan panjang poros tetap berperan besar dalam menentukan respons terhadap gaya dinamis. Posisi *disk* yang simetris (60 mm dari masing-masing ujung) memberikan keseimbangan massa, namun juga menciptakan konsentrasi tegangan dan deformasi terutama pada mode dasar. Hal ini sesuai dengan teori getaran transversal, di mana konfigurasi massa dan kekakuan memengaruhi bentuk mode getar dan titik maksimum deformasi.

Dari visualisasi mode getar, dapat dilihat bahwa seiring bertambahnya modus getar, bentuk deformasi berubah dari sederhana menjadi lebih kompleks. Pada mode awal, poros melengkung secara simetris, sementara pada mode tinggi, pola deformasi menyerupai gelombang berdiri dengan lebih banyak titik simpul dan amplitudo bervariasi. Ini menggambarkan bahwa sistem mengalami peralihan dari respons global menuju respons lokal, yang umum terjadi pada struktur fleksibel dengan lebih dari satu massa.

#### V. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil simulasi numerik menunjukkan bahwa posisi disk yang simetris dari masing-masing ujung poros menghasilkan nilai *natural frequency* yang terdiri dari 10 modus getar berkisar 80.495 Hz hingga 280.4 Hz, dengan deformasi maximum mencapai 58.903 mm pada modus getar 9. Perbedaan dari *natural frequency* menghasilkan modus getaran dan respon berbeda terhadap deformasi komponen.

Hal ini dikarenakan oleh defleksi yang terjadi, karena defleksi ini dipengaruhi oleh material, konfigurasi, kecacatan, dan sebagainya

Dengan demikian, dapat disimpulkan bahwa peningkatan diameter poros dan penempatan *disk* secara simetris merupakan faktor penting dalam meningkatkan performa dinamis dan kestabilan sistem poros berputar.

## VI. REFERENSI

- Aminuddin, A., Susatio, Y., & Hantoro, R. (2013). Respon Getaran Lateral dan Torsional Pada Poros Vertical-Axis Turbine (VAT) Dengan Pemodelan Massa Tergumpal. *Jurnal Teknik ITS*, 2(1), B116–B121.
- Anggara, F. (2020). Validasi Nilai Simulasi Faktor Keamanan Pada Putaran Kritis Poros ST41. *Quantum Teknika : Jurnal Teknik Mesin Terapan*, 2(1), 32–37. <https://doi.org/10.18196/jqt.020120>
- Aspianor, A., Ayuna, N. A., B, B. A., Bintoro, P., & S, J. A. (n.d.). Jurnal Teknik Perkapalan Getaran Kapal. *Jurnal Teknik Perkapalan*, 1–12.
- Awali, J., & Asroni. (2013). Analisa Kegagalan Poros Dengan Pendekatan Metode Elemen Hingga. *Turbo*, 2(2), 39–44.
- Baher, K., A. Atiyah, Q., & Abdulsahib, I. A. (2022). Comparative study of vibration analysis in rotary shafts between Rayleigh's and Dunkerley's methods. *Al-Khwarizmi Engineering Journal*, 18(2), 29–42. <https://doi.org/10.22153/kej.2022.05.001>
- Endriatno, N. (2022). Analisis Frekuensi Natural Dan Modus Getar Balok Kantilever Aluminium Dengan Metode Elemen Hingga Dan Eksperimental. *Jurnal Rekayasa Mesin*, 13(1), 231–238. <https://doi.org/10.21776/ub.jrm.2022.013.01.22>
- Fajran Nelfandi, N., Rahman Saleh, A., & Hilmy, F. (2023). Analisis Kegagalan Pada Poros Pompa Sentrifugal 107 Ja Menggunakan Meh (Metode Elemen Hingga) Di Pt. Petrokimia Gresik. *Prosiding Seminar Nasional Riset Teknologi Terapan*, 4, 2–3.
- Fitri, M., & Saputra, D. D. (2023). Simulasi Putaran Kritis pada Poros dengan Beban Alat Uji Putaran Kritis Menggunakan Software ANSYS. *Jurnal Unitek*, 16(1), 103–114. <https://doi.org/10.52072/unitek.v16i1.561>
- Fries, R. H. (2000). Fundamentals of vibrations. In *Handbook of Machinery Dynamics*. <https://doi.org/10.1115/1.1421112>
- Ganesan, v. (2012). IC Engines Fourth Edition. In *Tata McGraw Hill Education Private Limited. New Delhi*. (Vol. 1).
- Ghaisani, D. N., Ulfiana, A., & Abadi, C. S. (2020). Analisis Natural Frequency Poros Boiler Feed Pump Turbine dengan Finite Element Analysis. *Jurnal Mekanik Terapan*, 1(1), 27–34. <https://doi.org/10.32722/jmt.v1i1.3328>
- Grunwald, B. (2018). *Vibration Analysis of Shaft in SolidWorks and ANSYS*. 53.
- Holowenco, A. R. (1985). *Dynamic of Machinery*. 436.
- Jatmoko, awali; A. (2014). Analisa Kegagalan Poros Dengan Pendekatan Metode Elemen Hingga. *Turbo*, 2(2), 1–6. <https://ojs.ummetro.ac.id/index.php/turbo/article/view/31>
- Limbong, G., & Fitri, M. (2023). Peningkatan Ulang Alat Uji Putar Kritis Poros Beban Menggunakan Metode VDI 2221. *Jurnal Unitek*, 16(1), 115–124. <https://doi.org/10.52072/unitek.v16i1.563>
- Rao, S. S. (2007). Vibration of Continuous Systems. In *Vibration of Continuous Systems*. <https://doi.org/10.1002/9780470117866>

- Renaldi, Okariawan, I. D. K., & Chatur, A. D. (2020). Pengaruh Posisi Massa ( Disk ) Dan Panjang Poros Terhadap Putaran Kritis Poros Berbahan Dasar Baja St 52 Dengan Menggunakan Whirling Shaft Apparatus. *Dinamika Teknik Mesin*, 10(March), 1–10.
- Rossing, T. D. (1977). Shock and Vibration Handbook , 2nd ed. . In *American Journal of Physics* (Vol. 45, Issue 7). <https://doi.org/10.1119/1.10796>
- Solichin, M., Harus Laksana Guntur, Hendrowati, W., & Aida Annisa Amin Daman. (2015). Analisa Efek Whirling pada Poros karena Pengaruh Letak Beban dan Massa terhadap Putaran Kritis. *Proceeding Seminar Nasional Tahunan Teknik Mesin XIV (SNTTM XIV)*, 364(Snttm Xiv), 1–6.
- Vinet, L., & Zhedanov, A. (2011). A “missing” family of classical orthogonal polynomials. In *Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical* (Vol. 44, Issue 8). <https://doi.org/10.1088/1751-8113/44/8/085201>
- Zaki, A., Hartono, B., & Sutoyo, E. (2018). Analisa Getaran Bearing Berbasis Variasi Jarak Penyangga Pada Alat Uji Putaran Kritis. *AME (Aplikasi Mekanika Dan Energi): Jurnal Ilmiah Teknik Mesin*, 4(1), 9. <https://doi.org/10.32832/ame.v4i1.986>